

EXERCICE1 (4pts)

Dans le repère ci-dessous, on donne la représentation graphique(Cf)

D'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale

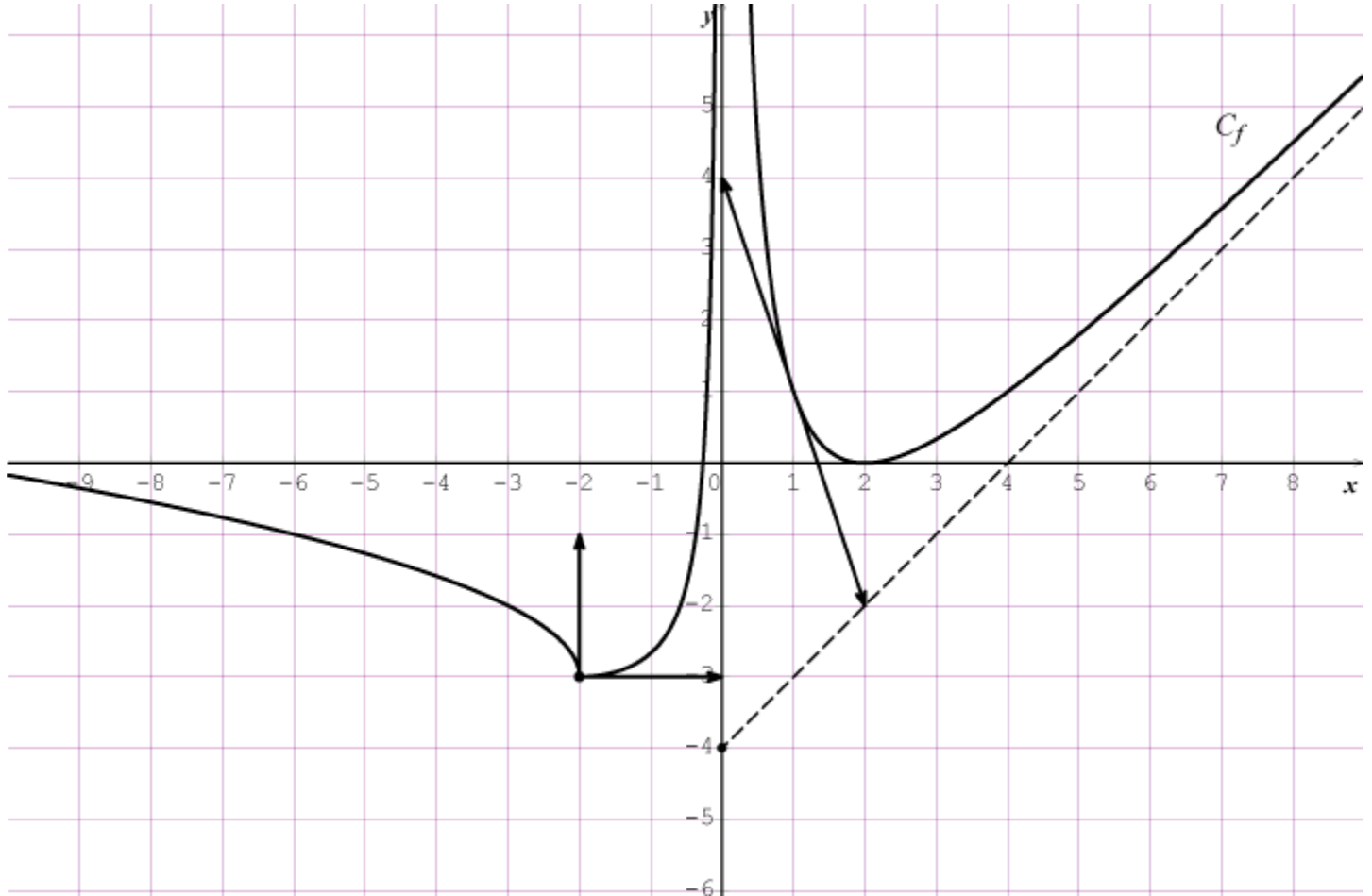
La droite d'équation $y = 0$ est une asymptote horizontale au voisinage de $-\infty$

et la droite d'équation $y = x - 4$ est une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$

La tangente au point de coordonnées $(1,1)$ passe par le point de coordonnées $(0,4)$

Au point d'abscisse -2 la courbe de f possède deux demi-tangentes

l'une verticale et l'autre horizontale



1.déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2.déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{f(x)}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x + 4$

3.déterminer $f'(2)$, $f'(1)$ et une équation de la tangente au point d'abscisse 1

4.a) f est - elle dérivable en -2 ? justifier

b) déterminer $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{f(x)+3}{x+2}$

c) déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(-2+h)+3}{h}$

EXERCICE2 (5pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$

On désigne par C_f sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$

1.a) trouver a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$

b) montrer que $D : y = x - 3$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de ∞

c) montrer que $\Omega(2, -1)$ est un centre de symétrie de C_f

2.a) déterminer les limites aux bornes du domaine de définition de f

b) déterminer l'autre asymptote à C_f

3.a) montrer que $f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$

b) dresser le tableau de variation de f

c) construire C_f (n'oublier pas les asymptotes et tangentes horizontales)

4. Soit $g(x) = |f(x)|$ construire la courbe de g dans le même repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$

EXERCICE3 (5pts)

Une urne contient 6 jetons répartis comme suit :

2 jaunes numérotés : 1, 2

4 jetons noirs numérotés : 0, 1, 2, 3

A On tire simultanément trois jetons de l'urne

1) déterminer le nombre de tirages possibles

2) déterminer le nombre de tirages comprenant

a) trois jetons de même couleur

b) 3 jetons dont le produit de leurs numéros est nul

c) un seul jeton est noir

d) un seul jeton jaune et une somme égale à 5

e) il reste dans l'urne les deux couleurs

B On tire successivement et sans remise 3 jetons de l'urne

1) déterminer le nombre de tirages possibles

2) déterminer le nombre de tirages comprenant

a) une seule fois un jeton jaune

b) au moins un jeton jaune

c) 3 jetons portant le même chiffre

d) les chiffres 1 et 2 figurent dans le tirage

EXERCICE4 (4pts)

Soit la fonction f , définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} - 3 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + 2x - 2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ \frac{4 - x}{x + 2} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1. calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, conclure

3.a) étudier la dérivabilité de f à gauche en 1

b) étudier la dérivabilité de f à droite en 1

c) f est-elle dérivable en 1 ?

4. calculer $f'(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty, -1[$, $] -1, 1[$ et $[1, +\infty[$

EXERCICE5 (3pts)

1. Résoudre dans $[-\pi, \pi]$: $\sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. Résoudre dans $[0, 2\pi]$: $2\cos x \geq \sqrt{2}$

3. Résoudre dans \mathbb{R} : $(1 - \cos x)(\sin x - \sqrt{3}) \leq 0$

BONNE CHANCE ET JOYEUSES VACANCES